מועד א', סמסטר חורף תשפ"א - אלגברה 1/מ, 104016
10.2.21

חלק א'

ת"ז :

פקולטה :

- משך המבחן : 75 דקות.
- השימוש בחומר עזר כלשהו ובמחשבונים אסור בהחלט.
- **בשאלה 1 יש לנמק** היטב את התשובה. **תשובה לא מנומקת לא תחשב.**
  בשאלות 2-6 יש לסמן את התשובה במודל
- **שאלת ש"ב היא שאלה 1-א' (הציון עליה מהווה 10% מגן)**

ב ה צ ל ח ה !

שאלה מס' 1 : (20 נקודות)

הוכיחו את הטענות הבאות או הפריכו ע"י דוגמא נגדית (**סעיף א' הוא שאלת ש"ב**) :

א. יהי V מרחב וקטורי מעל לשדה F, ויהיו $U,W\subset V$ תת מרחבים של V כך ש $V=U+W$.
אז לכל תת מרחב Y של V מתקיים $Y=(Y\cap U)+(Y\cap W)$.

ב. אם $A\in\mathbb{R}^{3\times 3}$ ומקיימת $0<rank(A+I)<rank(A+2I)<rank(A+3I)$ אז A לכסינה.

שאלה מס' 2 : (6 נקודות)

יהי i שורש של הפולינום : $f(x)=x^4+ax^3+bx^2-3x+2$ כאשר $a,b\in\mathbb{R}$, אזי $a\cdot b$ שווה ל- :

א. -9 ; ב. -12 ; ג. -15 ; ד. -18 ; ה. -21.

שאלה מס' 3 : (6 נקודות)

יהי z הפתרון של המשוואה $(\bar{z})^3=8i$ המקיים $180^\circ\le\arg(z)\le 270^\circ$ אז $z^2-(\bar{z})^2$ שווה ל:

א. 0 ; ב. $4\sqrt{3}i$; ג. $16\sqrt{3}i$; ד. $-4i$; ה. $2\sqrt{3}i$.

שאלה מס' 4 : (6 נקודות)

יהיו $A\in\mathbb{R}^{m\times n}$, $B\in\mathbb{R}^{n\times p}$. נתון כי למערכת $A\overline{x}=0$ יש פתרון יחיד ולמערכת $B\overline{x}=b$ יש פתרון יחיד לכל $b\in\mathbb{R}^n$. אזי:

א. למערכת $AB\overline{x}=0$ יש איסוף פתרונות.

ב. למערכת $AB\overline{x}=c$ יש פתרון לכל $c\in\mathbb{R}^m$.

ג. למערכת $A^t\overline{x}=0$ יש פתרון יחיד.

ד. למערכת $\left(AB\right)^t\overline{x}=d$ יש פתרון לכל $d\in\mathbb{R}^p$.

ה. למערכת $\left(AB\right)^t\overline{x}=0$ יש פתרון יחיד.

שאלה מס' 5 : (6 נקודות)

תהי $A=\begin{pmatrix}2&2&2&2&2\\2&2&2&2&1\\3&3&3&2&1\\4&4&3&2&1\\5&4&3&2&1\end{pmatrix}$. אזי, $\det(A)$ שווה ל-:

א. 2 ; ב. 3 ; ג. 4 ; ד. 5 ; ה. !5

שאלה מס' 6 : (6 נקודות)

יהיו $U,W\subseteq\mathbb{R}^3$ שני תת המרחבים הבאים:

$$U=\left\{\left(x,y,z\right)\in\mathbb{R}^3\,\middle|\,x+y+2z=0\ ,\ 2x+3y+7z=0\right\}$$
$$W=span\left\{(1,1,-1)\ ,\ (2,3,\alpha)\right\}$$

כאשר α פרמטר ממשי. אזי:

א. לכל $\alpha\in\mathbb{R}$ מתקיים $\dim(U+W)=3$

ב. קיים בדיוק ערך אחד של α עבורו $U\subseteq W$.

ג. קיימים בדיוק 2 ערכים שונים של α עבורם $U\cap W=\left\{0\right\}$.

ד. קיים בדיוק ערך אחד של α עבורו $\dim(U+W)=3$.

ה. קיים לפחות ערך אחד של α עבורו $\dim(U+W)=4$